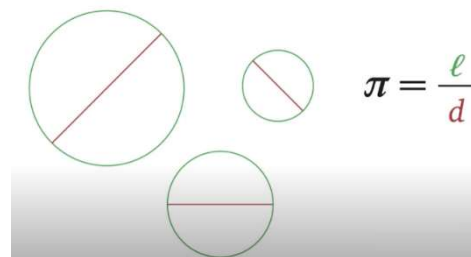


ДЕНЬ π . КОНКУРС МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАГАДОК!

Удивительный факт: если начертить любую окружность, измерить длину этой окружности и её диаметр, то отношение первого числа ко второму постоянно!



ЭТО ОТНОШЕНИЕ ОБОЗНАЧАЮТ π

ЧЕРТИМ ОКРУЖНОСТЬ ОТ РУКИ

Начертить любую окружность? А как это сделать? Удобнее всего строить окружность с помощью циркуля или с помощью нитки, один конец которой закреплен. А что делать, если под рукой нет ни циркуля, ни нитки. Сложно ли начертить окружность от руки? Попробуйте изобразить достаточно большую окружность в тетради в клетку, используя только карандаш. Не правда ли, получаются линии, лишь отдаленно напоминающие окружности? Действительно, трудно без специальной тренировки нарисовать окружность от руки!

Оказывается, что для изображения окружности на клетчатой бумаге удобно пользоваться правилом: «3-1, 1-1, 1-3». Отметим любую узловую точку (назовем ее A). Отступив от A на 3 клетки вправо и на 1 клетку вниз, получим точку B . Далее, отступив от B на 1 клетку вниз и на 1 клетку вправо, получим точку C . И, наконец, отступив от C на 3 клетки вниз и на 1 вправо, получим точку D . Соединив плавной линией эти точки, мы увидим четверть окружности (рис. 1). Повторив аналогичные построения еще три раза, увидим всю окружность целиком (рис. 2).

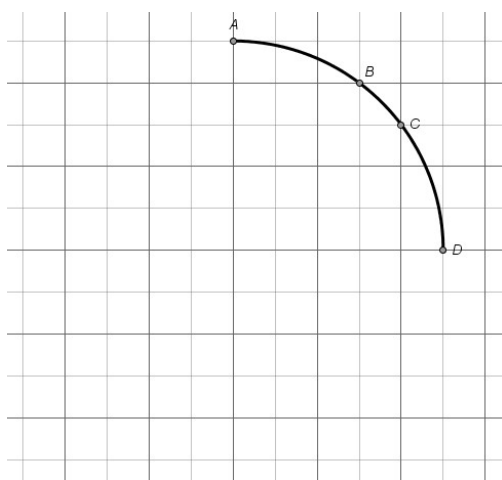


Рис. 1

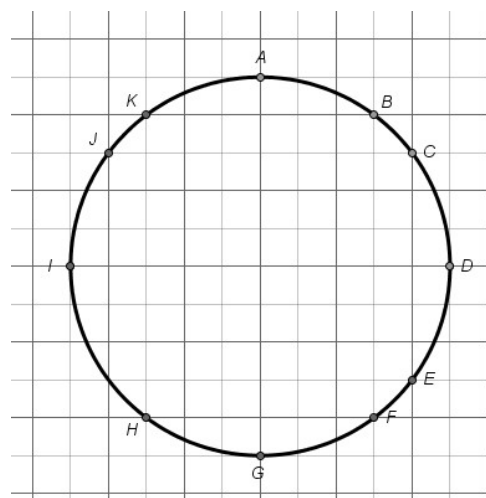


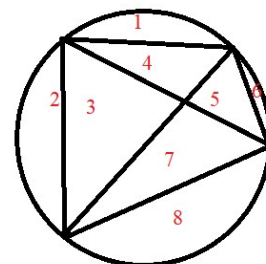
Рис. 2

Загадка 1. Обоснуйте правило «3-1, 1-1, 1-3».

ДЕЛИМ КРУГ НА ЧАСТИ ОТРЕЗКАМИ

Итак, теперь мы научились чертить окружность на клетчатой бумаге. Давайте, используя это умение, продолжим рисовать, составляя и решая новые загадки.

Отметим на окружности четыре различных точки. Затем каждую пару отмеченных точек соединим отрезком. Занумеровав части, на которые проведенные отрезки разделили круг, получим, что образовалось 8 частей.



Загадка 2. А на сколько частей проведенные отрезки разделили бы круг, если бы точек было не четыре, а две, три или пять? Сделайте аналогичные построения и заполните таблицу.

Количество точек на окружности (n)	2	3	4	5
Количество частей, на которые разделился круг (P_n)			8	

Если для n точек на окружности обозначить через P_n количество частей, на которые разделился круг, то на основе данных из таблицы запишите гипотезу об общей формуле, выражающей P_n через n .

Загадка 3. Отметьте на окружности шесть различных точек. Затем каждую пару отмеченных точек соедините отрезком. Точки должны быть выбраны так, чтобы никакие три из проведенных отрезков не имели общей точки внутри окружности (если это условие не выполняется, то немного сдвиньте одну или несколько точек, отмеченных на окружности). На сколько частей проведенные отрезки разделили круг? Согласуется ли этот результат с гипотезой из загадки 2?

Загадка 4. Пусть на окружности отмечено n точек ($n \geq 2$), и через каждую пару отмеченных точек проведён отрезок, причем ни через какую внутреннюю точку не проходят более двух отрезков. Докажите:

а) всего проведено $\frac{n(n-1)}{2}$ отрезков;

б) проведённые отрезки пересекаются в $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$ точках внутри окружности;

в) проведённые отрезки делят круг на $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24} + \frac{n(n-1)}{2} + 1$ частей.