



Национальный  
исследовательский

**Томский  
государственный  
университет**

# **Теория теплообмена в повседневной жизни студента**

**Мирошниченко Игорь Валерьевич**

*старший научный сотрудник регионального научно-образовательного  
математического центра ТГУ, доцент кафедры теоретической механики*

# Что такое тепло и откуда оно берётся?

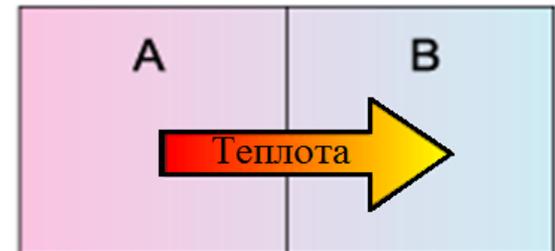
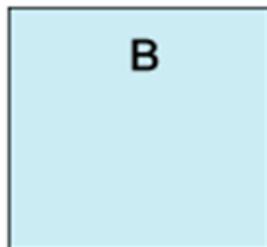


«ИСТОЧНИК ТЕПЛА» = «ТЕПЛО»

## Гипотеза Теплорода

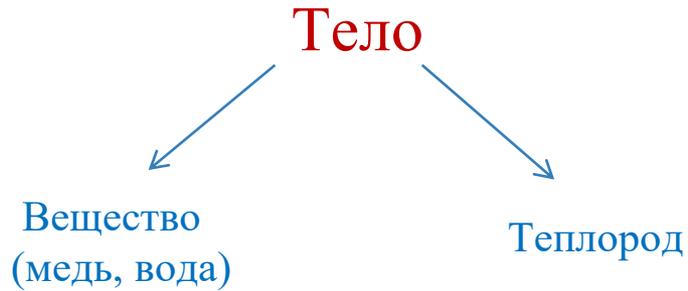
XVII век

Теплота – это особое вещество (теплород), способное проникать в любое тело.

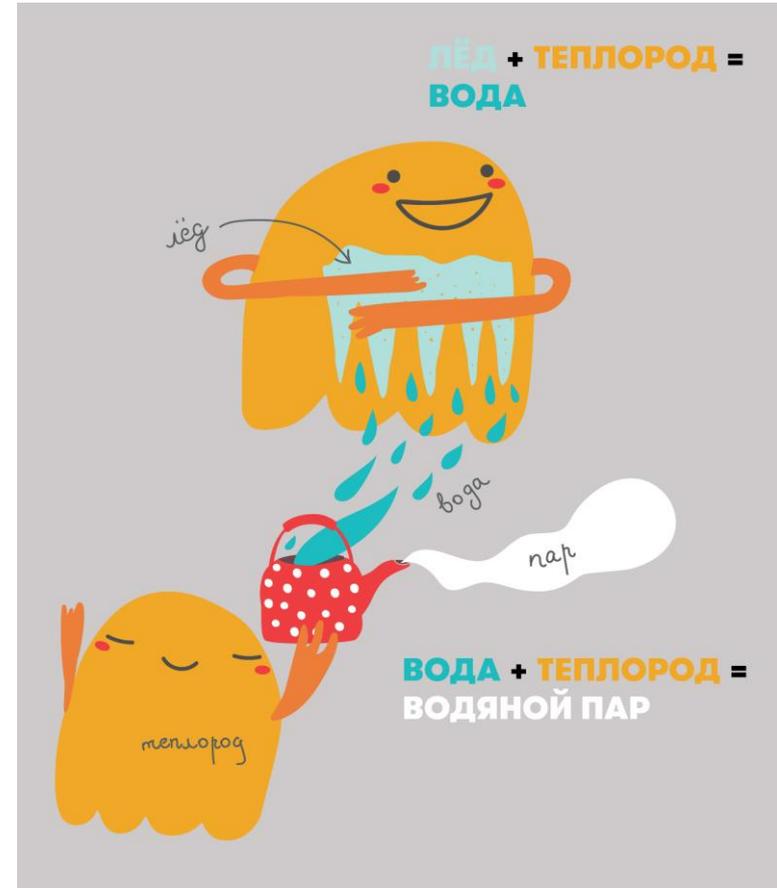


# Теория теплорода (XVII — начало XIX века)

Теплород - невесомый флюид, присутствующий в каждом теле и являющийся причиной тепловых явлений.



**Вода ведет себя иначе**



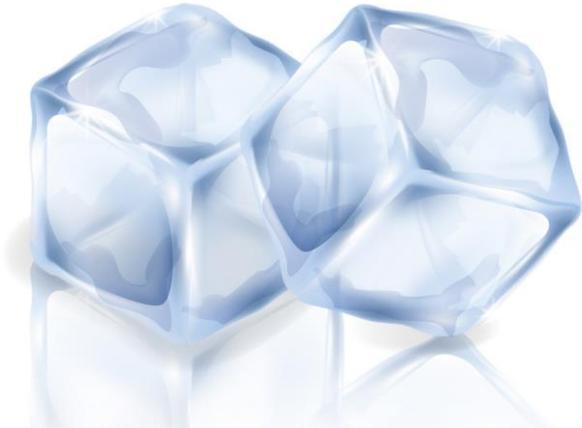
<https://oyla.xyz/article/gde-pracetsa-teplo>

# Механическая теория теплоты (теплота - это движение частиц внутри тела)

Кузнецы никогда и не верили в теплород!



Плавление льда за счет трения



Критика теории «теплорода».

Природа теплоты состоит в движении молекул тела (корпускул).

«...при соприкосновении нагретого тела с холодным первое охлаждается, а второе нагревается. Это происходит потому, что корпускулы нагретого тела вращаются быстрее, чем корпускулы холодного. При соприкосновении тел движение «быстрых» корпускул будет передаваться корпускулам холодного тела, которые вращаются медленно. В результате передачи своего движения корпускулы горячего тела замедляют движение, и тело охладится, а вращение корпускул холодного тела ускорится, и оно нагреется»

М.В. Ломоносов

Михаил Васильевич Ломоносов

## Выводы:

- Теплорода не существует.
- Теплота связана с движением частиц внутри тел.

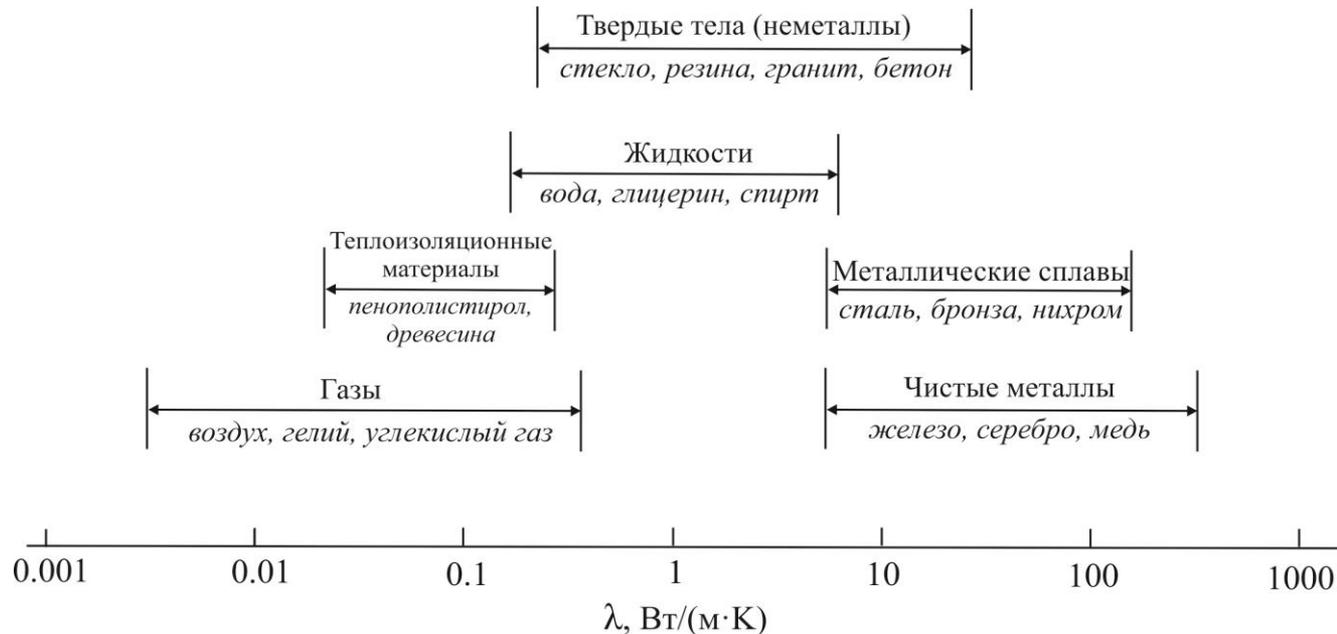
### Каждый из нас - источник теплоты



Организм совершает работу, и молекулы, из которых состоит тело, начинают двигаться быстрее. Внутренняя энергия тела повышается.

## Некоторые понятия из теплообмена

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности (характеризует способность материала проводить тепло).



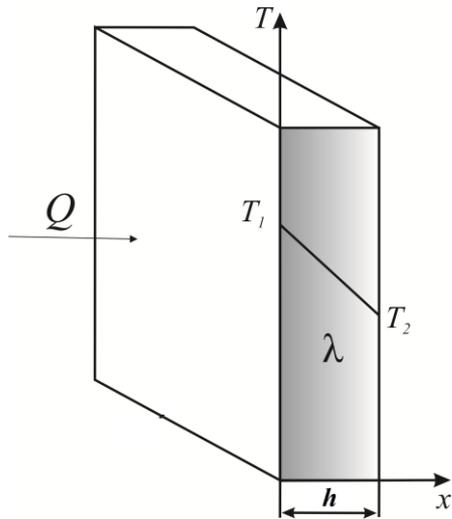
Количество теплоты  $\tilde{Q}$ , Дж – это скалярная величина, характеризующая энергию, которую получает (теряет) тело при теплообмене.

Тепловой поток  $Q$ , Вт или Дж/с – количество теплоты, переданное в единицу времени

Плотность теплового потока  $q$ ,  $\text{Вт}/\text{м}^2$  – количество теплоты, проходящее через поверхность в единицу времени.

# Некоторые понятия из теплообмена

## Термин «плоская стенка»



- Длина и высота стенки много больше ее толщины
- Температура изменяется только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки.

## Уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{\rho c_p}$$

## Условия однозначности

*Физические условия* (физические свойства материала тела)

*Геометрические условия* (форма и размер тела)

*Начальные условия*

*Граничные условия* (взаимодействие тела с окружающей средой)

*Граничное условие I рода*    *Граничное условие II рода*    *Граничное условие III рода*

$$T = f(x, y, z, t)$$

$$q = f(x, y, z, t)$$

$$q = \alpha(T_c - T_{жс})$$

*Граничное условие IV рода*

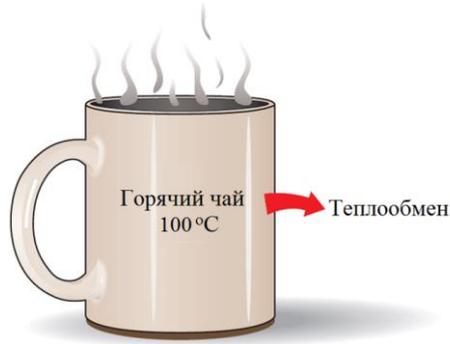
$$T_1(x_0, t) = T_2(x_0, t)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(x_0, t)}{\partial x} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2(x_0, t)}{\partial x}$$

## Закон Фурье

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

# Утро студента ТГУ



**Формула идеального чая**  
*выведена учеными из университета*  
*Нортумбри (Великобритания):*

чайный пакетик + вода (200 мл, 100 °С),  
время заваривания 2 мин + молоко (10 мл),  
выждать еще 4 мин = безукоризненная  
чашка чая (при оптимальной температуре  
60 °С).

Количество теплоты  $\tilde{Q}$ , Дж – это скалярная величина, характеризующая энергию, которую получает (теряет) тело при теплообмене.

Уравнение теплового баланса имеет вид:

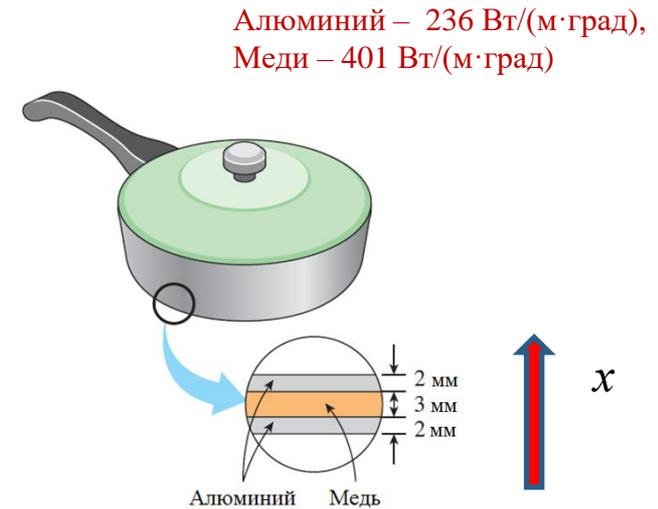
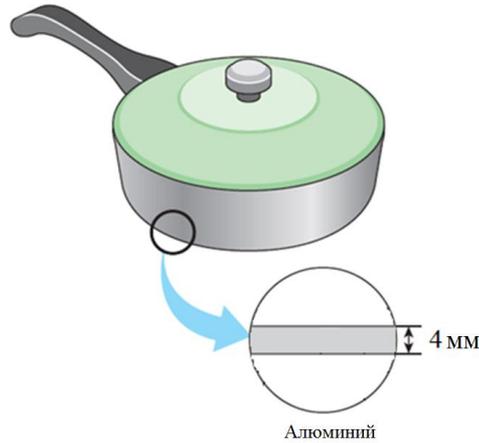
$$\tilde{Q}_в + \tilde{Q}_м = 0.$$
$$c_в m_в (T - T_в) + c_м m_м (T - T_м) = 0.$$

$$V_м = 151 \text{ мл}$$

**Формула неидеального чая**  
*выведена студентом из Томского государственного университета (Россия)*

чайный пакетик + вода (200 мл, 100 °С) + молоко (151 мл), выждать 0 мин = небезукоризненная чашка чая  
(при оптимальной температуре 60 °С).

# Утро студента ТГУ



Будет ли новая конструкция лучше проводить тепло?

Дно сковороды рассмотрим как «плоскую стенку».

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{\rho c_p} \quad \text{– уравнение теплопроводности}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad \text{– одномерное стационарное уравнение теплопроводности}$$

$$\begin{aligned} T(0) &= T_1, \\ T(h) &= T_2. \end{aligned} \quad \text{– граничные условия}$$

$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$  – одномерное стационарное уравнение теплопроводности

$T(0) = T_1,$   
 $T(h) = T_2.$  – граничные условия

В результате однократного интегрирования уравнения по  $x$  получаем:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = C_1, \quad (1)$$

После второго интегрирования получим:

$$T(x) = C_1x + C_2. \quad (2)$$

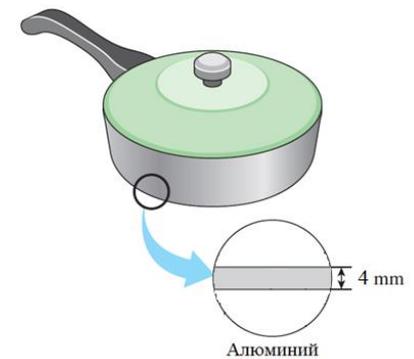
Получаем:

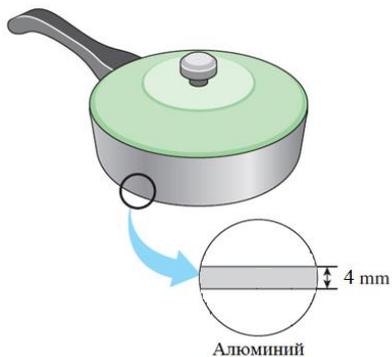
$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{h}, \quad C_2 = T_1.$$

Закон распределения температуры в плоской стенке (дно):

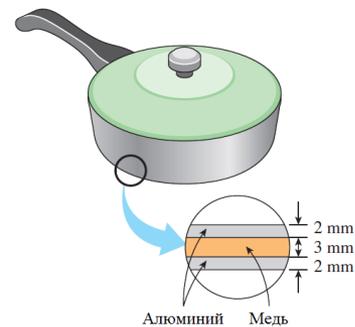
$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{h}x + T_1.$$

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad \longrightarrow \quad q = \frac{T_1 - T_2}{h/\lambda}$$





Будет ли новая конструкция лучше проводить тепло?



$$q = \frac{\Delta T}{h_{ал} / \lambda_{ал}}$$

>

$$q = \frac{\Delta T}{h_{ал1} / \lambda_{ал} + h_{мед} / \lambda_{мед} + h_{ал2} / \lambda_{ал}}$$

# Идеальная температура для укладки волос?



Мощность 30 Вт

Площадь основания пластины 40 см<sup>2</sup>

Коэффициент теплопроводности титана 18 Вт/(м·К)

Толщина пластины 2 мм

Температура воздуха 25 °С

Коэффициент теплоотдачи 40 Вт/м<sup>2</sup>·К

Сформулируем допущения:

- Процесс теплопроводности стационарный.
- Потери тепла на излучение не учитываются.
- Процесс теплопередачи одномерный, так как толщина пластины много меньше площади основания пластины.
- Внутри пластины тепловыделение отсутствует.
- Считаем, что все тепло выделяемое нагревателем передается пластине.

К внутренней поверхности пластины подводится равномерный тепловой поток от нагревателя, а внешняя поверхность пластины отдает тепло окружающей среде.

**Оценим температуры на внутренней и внешней поверхностях пластины.**

Определим плотность теплового потока на внутренней поверхности пластины:

$$q = \frac{Q}{S} = \frac{30}{0.004} = 7.5 \text{ кВт/м}^2.$$

Граничные условия на внутренней и внешней границах пластины имеют вид:

$$-\lambda \frac{dT(0)}{dx} = q \text{ и } -\lambda \frac{dT(h)}{dx} = \alpha (T(h) - T_{\text{жс}}).$$

Уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0.$$

Общее решение дифференциального уравнения:

$$T(x) = C_1x + C_2.$$

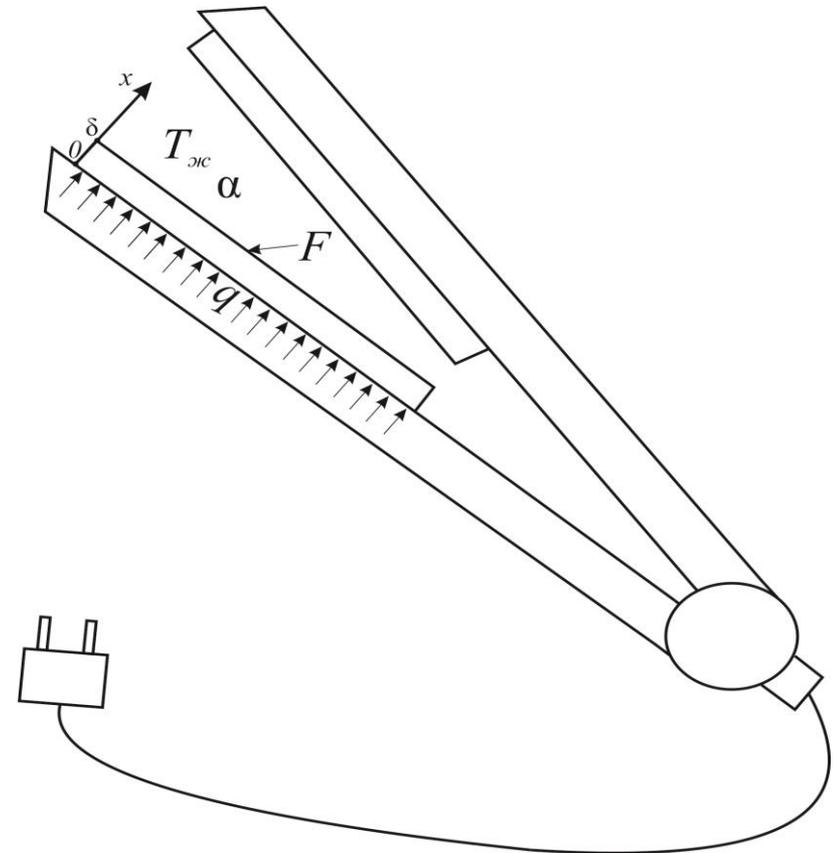
$$C_1 = -\frac{q}{\lambda}, \quad C_2 = T_{\text{жс}} + \frac{q}{\alpha} + \frac{q}{\lambda} \delta.$$

Выражение для температурного поля в пластине:

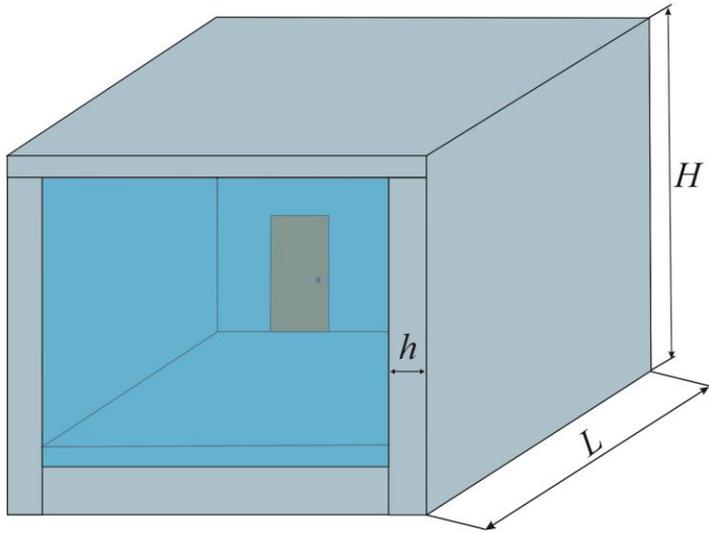
$$T(x) = T_{\text{жс}} + q \left( \frac{h-x}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right).$$

Оценим температуру на внешней поверхности пластины:

$$T(h) = 298 + \frac{7500}{40} = 485 \text{ K} \text{ или } T(h) = 212^\circ \text{ C}.$$



## Стоимость отопления электричеством



$$L=5 \text{ м}, H=3 \text{ м}, h=0,5 \text{ м}, \lambda=0,7 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}.$$

В течение суток температура внутренней и внешней поверхностей стены составляет  $17^\circ\text{C}$  и  $-3^\circ\text{C}$ , соответственно.

Передача тепла через стену происходит за счет механизма теплопроводности. Площадь стены находим по формуле:

$$S = L \cdot H = 5 \cdot 3 = 15 \text{ м}^2.$$

Тепловой поток (потери тепла) вычисляется по формуле:

$$Q = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{h} = 0,7 \cdot 15 \cdot \frac{20}{0,5} = 420 \text{ Вт}.$$

Количество теплоты, потерянное через стену за 24 часа определим по формуле:

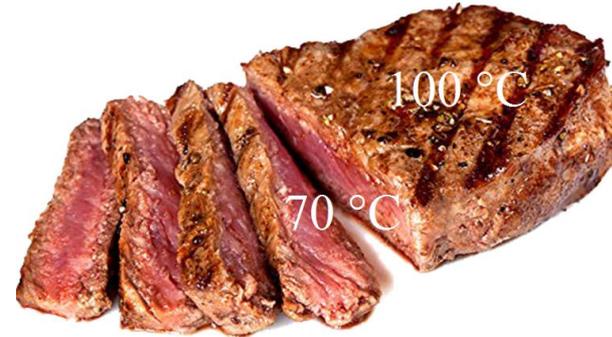
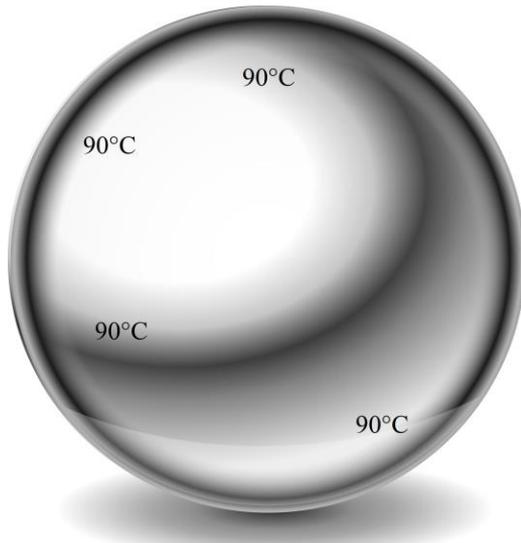
$$\tilde{Q} = Q \cdot \Delta t = 420 \cdot 24 = 10,08 \text{ кВт}\cdot\text{ч}.$$

Оценим примерную стоимость ( $C$ ) тепловых потерь для потребителя электроэнергии:

$$C = 10,08 \cdot 3,85 = 38,8 \text{ руб.}$$

Тариф на электроэнергию для городского населения 3,85р за киловатт-час

# Системы с сосредоточенными параметрами?



В начальный момент времени тело помещают в среду с постоянной температурой и начинается теплообмен с окружающей средой

За малый интервал времени  $dt$  температура тела повышается на  $dT$ .

$$\left( \begin{array}{l} \text{Количество теплоты, полученное} \\ \text{телом за время } dt \text{ за счет конвекции} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{Увеличение внутренней} \\ \text{энергии тела за время } dt \end{array} \right)$$

$$\alpha S(T_{\text{жс}} - T)dt = mc_p dT$$

$$\frac{T - T_{\text{жс}}}{T_0 - T_{\text{жс}}} = e^{-\frac{\alpha S}{\rho V c_p} t}$$



Температура напитка  $30^{\circ}\text{C}$ .

Объем алюминиевой банки 350 мл, высота 13 см и диаметр 6,5 см

Температура воды  $0^{\circ}\text{C}$ . Коэффициент теплоотдачи  $170 \text{ Вт/м}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ .

Требуемая температура  $4^{\circ}\text{C}$ .

Допущения:

- 1 Банка с напитком имеет цилиндрическую форму
- 2 Теплофизические свойства напитка принимаются такими же, как у воды.
- 3 Коэффициент теплоотдачи постоянен и равномерен по всей поверхности.
- 4 Считаем, что анализ сосредоточенной системы применим, поскольку напиток постоянно перемешивается, так что его температура всегда остается постоянной.

$$\frac{T - T_{ж}}{T_0 - T_{ж}} = e^{-\frac{\alpha S}{\rho V c_p} t} \quad - \text{Необходимая формула}$$

$$V = \pi r^2 L;$$

$$S = 2\pi rL + 2\pi r^2;$$

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3;$$

$$c_p = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{4 - 0}{30 - 0} = e^{-0.00312t}$$

$$t \approx 640 \text{ сек}$$

Спасибо за внимание!