

Особенности обучения решению комбинаторных задач: очный и дистанционный форматы (на примере занятий и обучающих видео в рамках проекта СОШ ФМА ТГУ)

Гриншпон Яков Самуилович

заместитель директора НОМЦ ТГУ по работе со школьниками,
канд. физ.-мат. наук, доцент

Сидоровский Егор Александрович

магистрант ММФ ТГУ

СОШ ФМА ТГУ (идея)

- Сетевая олимпиадная школа «Физика, математика, астрономия» была создана в 2022 году на базе ФФ и ММФ ТГУ.
- Основная цель проекта – это поиск мотивированных талантливых школьников (в разных регионах), стимулирование их интереса к изучению профильных предметов на более глубоком уровне через подготовку к олимпиадам и конкурсам, привлечение этих учащихся к поступлению в ТГУ на факультеты физико-математического профиля.
- Идея проекта – подготовка олимпиадных тренеров (передача педагогического опыта молодым специалистам), проведение занятий для школьников в смешанном формате силами преподавателей и студентов ТГУ.

СОШ ФМА ТГУ (начало деятельности)

- Занятия для студентов (очный формат, проводят преподаватели ТГУ):
 - а) знакомство с методами и приёмами решения нестандартных математических задач и методикой обучения школьников этим методам («оценка + пример», принцип Дирихле, математическая индукция, инварианты, раскраски);
 - б) логика для школьников (высказывания, отрицание, примеры и контрпримеры, доказательство от противного, рыцари и лжецы);
- Занятия для школьников (смешанный формат, проводят преподаватели и студенты ТГУ):
 - подготовка к актуальным олимпиадам (школьный и муниципальный этапы ВсОШ, отборочный и заключительный этапы ОРМО);
 - подготовка к ЕГЭ (занятия по решению вероятностных задач и видеоуроки по решению экономических задач ЕГЭ).



Школа ФМА

1 245 subscribers

Друзья, напоминаем, что завтра с 16:35 будет проходить занятие по подготовке к школьному этапу ВсОШ по математике для 7-11 классов по теме "Арифметические задачи".

А пока предлагаем вам на размышление задачу, решение которой обсудим завтра на занятии.

На перемене между уроками учитель достал большую плитку шоколада, поделённую углублениями на 8×12 долек, и сказал ученикам разломать её на дольки. Петя предложил сначала ломать пополам вдоль каждой из сторон (т.е. на куски 4×6), потом ещё раз так же (т.е. на куски 2×3), а затем каждый кусок делить на дольки. А Вася предложил отломать 12 рядов по 8 долек, и затем их делить на дольки. Другие ребята предлагали и другие способы. Так какое же наименьшее число раз можно разламывать шоколад, чтобы поделить его на дольки? А какое наибольшее?

939 👁 17:29

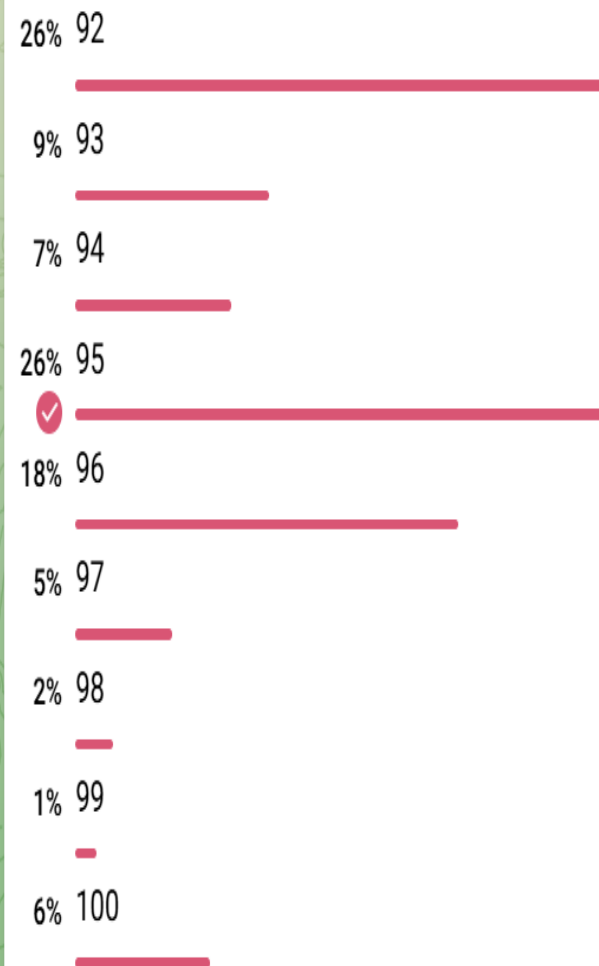


Leave a comment



Наименьшее число разломов шоколадки равно:

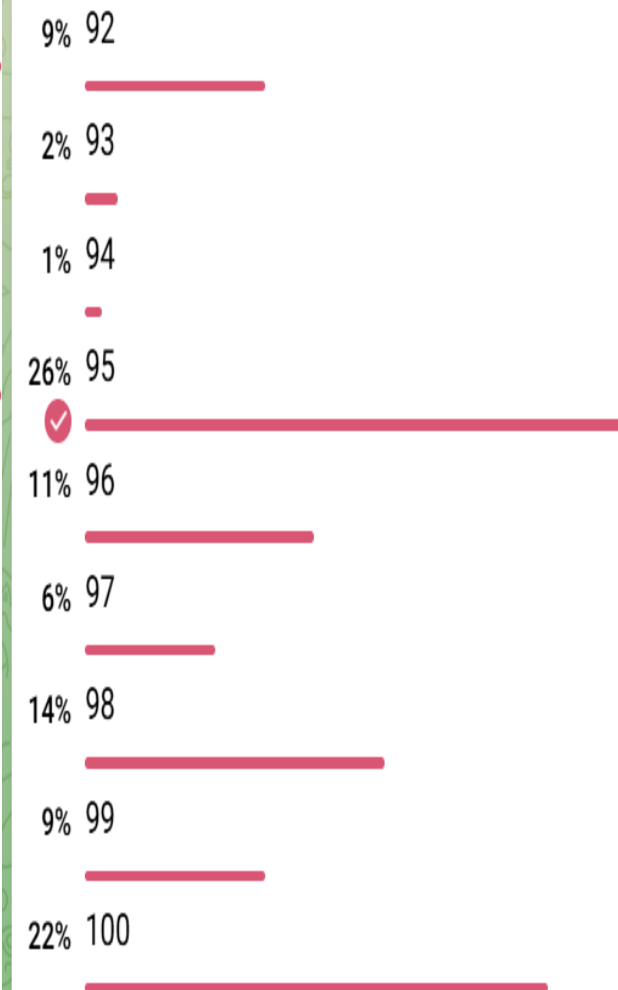
Anonymous Quiz



109 answers

Наибольшее число разломов шоколадки равно

Anonymous Quiz



126 answers

Сериал по решению экономических задач профильного ЕГЭ по математике.

- Серия 1. Виды экономических задач. Критерии оценивания. Что такое процент и как с ним работать. <https://youtu.be/-bpvlhWyAjk>
- Серия 2. Задачи на вклады. <https://youtu.be/aApz1DMOdAM>
- Серия 3. Задачи на кредиты (известные или равные платежи). <https://youtu.be/KJITt1UQHzy>
- Серия 4. Задачи на кредиты (подбор платежей). <https://youtu.be/23IAhZdMEI8>
- Серия 5. Задачи на кредиты (равномерное уменьшение долга). <https://youtu.be/MnvyfAISAFA>
- Серия 6. Задачи на оптимизацию. <https://youtu.be/GRSBSsQJJrw>
- Серия 7. Ещё одна интересная экономическая задача (два в одном: оптимизация и банковская задача) <https://youtu.be/IMjUMD-GNcg>

СОШ ФМА ТГУ (комбинаторика и вероятность)

- Запрос на системное изучение комбинаторики и вероятности со стороны школьников.
- Блочно-тематическая схема: выделены основные темы (блоки). По каждому блоку проводится 12 часов занятий:
 - 4 часа – разбор теоретического материала и совместное решение задач (проводит преподаватель для тренеров);
 - 4 часа – подготовка сценария занятия со школьниками и репетиция разбора задач для школьников (совместная работа тренеров под руководством преподавателя);
 - 4 часа – занятие со школьниками (самостоятельная деятельность тренеров при наблюдении преподавателя).
- Цикл видеоуроков по комбинаторике.

Комбинаторика в школе

- В учебниках основной школы (5-9 классы) представлена фрагментарно: факты разбросаны по курсу и не приведены в систему.
- В учебниках старшей школы (10-11 классы) формулируются основные понятия комбинаторики и выводятся вычислительные формулы, но нет достаточного количества разнообразных задач для закрепления навыка.
- Во многих школах при нехватке времени учителя сокращают подробность изложения комбинаторных фактов или даже пропускают их.
- Задачи на вероятность, при решении которых применяются инструменты комбинаторики (в том числе, формула Бернулли), включены в обязательную аттестацию (ВПР, ОГЭ, ЕГЭ).
- Задания олимпиад и конкурсов различного уровня традиционно включают в себя комбинаторные задачи, начиная с 4 класса.

ГЛАВА 1. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

§ 1. Основные понятия	4
§ 2. Сложение и вычитание алгебраических дробей ...	10
§ 3. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень	16
§ 4. Преобразование рациональных выражений	18
§ 5. Первые представления о решении рациональных уравнений	20
§ 6. Степень с отрицательным целым показателем ...	23
§ 7. Комбинаторные и вероятностные задачи. Дерево вариантов и правило нахождения вероятности	26

ГЛАВА 2. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$. СВОЙСТВА КВАДРАТНОГО КОРНЯ

§ 8. Рациональные числа	32
§ 9. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа	39
§ 10. Иррациональные числа	47
§ 11. Множество действительных чисел	50
§ 12. Числовые неравенства	54
§ 13. Функция $y = \sqrt{x}$, её свойства и график	60
§ 14. Свойства квадратного корня	68
§ 15. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня	72
§ 16. Алгоритм извлечения квадратного корня	77
§ 17. Модуль действительного числа. Функция $y = x $...	79
§ 18. Комбинаторные и вероятностные задачи. Правило умножения	89

ГЛАВА 3. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$

§ 19. Функция $y = kx^2$, её свойства и график	94
§ 20. Функция $y = \frac{k}{x}$, её свойства и график	106
§ 21. Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	119
§ 22. Функция $y = ax^2 + bx + c$, её свойства и график ...	131
§ 23. Графическое решение квадратных уравнений ...	136
§ 24. Дробно-линейная функция	140
§ 25. Как построить графики функций $y = f(x) $ и $y = f(x)$, если известен график функции $y = f(x)$	142
§ 26. Комбинаторные и вероятностные задачи к главе 3	146

ГЛАВА 4. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

§ 27. Основные понятия	150
§ 28. Формулы корней квадратного уравнения	155
§ 29. Теорема Виета	164
§ 30. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители	169
§ 31. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	172
§ 32. Комбинаторные и вероятностные задачи к главе 4	180

ГЛАВА 5. НЕРАВЕНСТВА

§ 33. Линейные неравенства	185
§ 34. Квадратные неравенства	189
§ 35. Доказательство неравенств	195
§ 36. Приближённые вычисления	200
§ 37. Стандартный вид числа	207
§ 38. Комбинаторные и вероятностные задачи к главе 5	209

Особенности комбинаторных задач

- Имеют простые текстовые формулировки (часто понятны даже младшим школьникам).
- Для получения ответа достаточно выполнения арифметических действий.
- При малых входных параметрах допускают проверку непосредственным перечислением (развитие критического мышления).
- Небольшие изменения в условии могут привести к существенным изменениям в решении (внимательный анализ текста).
- Вывод большинства формул элементарен.
- Задачи разнообразны по содержанию и подходу к их решению (креативность и вариативность мышлений).

Темы (блоки)

Комбинаторика

- Комбинаторные правила суммы и произведения
- Перестановки (в том числе, перестановки с повторениями и циклические перестановки)
- Размещения
- Сочетания

Вероятность

- Классическая вероятность
- Геометрическая вероятность
- Формулы сложения и умножения вероятностей
- Формулы полной вероятности и Байеса, формула Бернулли

ЛИСТОК

- Листок – это упорядоченный набор задач, составленный так, чтобы помочь ученику с наибольшей возможной степенью самостоятельности овладеть изучаемыми фактами, идеями, приёмами.
- Задачи подобраны и расположены таким образом, чтобы натолкнуть ученика на нужные идеи.
- При разработке листка заранее продумываются подсказки, если какие-то задачи вызовут затруднения.
- Иногда в текст листка включаются определения математических терминов, описания и история изучаемых методов, формулировки теорем.

Игорь Соломонович Рубанов

«Работа с задачами на математическом кружке»

1. Комбинаторные правила суммы и произведения.

Упражнение. В кафе есть три вида свежей выпечки (булочка, слойка, круассан) и пять видов сладких пирожных (трубочка, корзинка, эклер, маффин, брауни). Сегодня по акции каждому посетителю предлагается бесплатно выбрать произвольную выпечку или пирожное. Сколькими способами могут выбрать себе десерты: а) одинокий посетитель кафе; б) семейная пара посетителей, если муж предпочитает выпечку, а жена – пирожные; в) семья с одним ребёнком, если муж предпочитает выпечку, жена – пирожные, а ребёнку – всё равно?

Как записать ответы на все пункты задачи в общем виде, если имеется m видов выпечки и n видов пирожных?

Если элемент a можно выбрать m способами, а элемент b можно выбрать n способами (независимо от выбора элемента a), то:

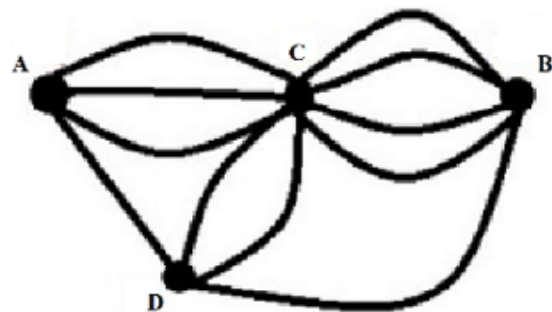
а) выбор « a или b » можно сделать $m + n$ способами;

б) выбор « a и b » можно сделать $m \cdot n$ способами.

1. Сколькими способами можно добраться из города А в город В, если двигаться по дорогам можно только слева направо? На схеме каждая линия обозначает одну дорогу.

2. Из города А в город В ведет 5 дорог, из А в С – 3 дороги, из В в D – 4 дороги, а из С в D – 2 дороги, города А и D, В и С напрямую дорогами не соединены. Сколькими существует различных маршрутов из А в D? Сколько станет маршрутов после открытия скоростной магистрали, соединяющей города В и С?

3. У Маши четыре пары джинсов, пять блузок и три платья. Сколько у неё различных нарядов? Сколько у неё станет нарядов, если она ещё купит себе две юбки?



4. В столовой предлагается на выбор четыре салата, два супа, три вторых блюда и два напитка. Обед состоит из блюд разных категорий (т.е. нельзя выбрать несколько салатов или несколько супов и т.д.). Сколькими способами можно выбрать себе обед, состоящий: а) ровно из одного блюда; б) из второго блюда и напитка; в) из либо салата либо супа и в любом случае напитка; г) из четырёх блюд; д) хотя бы из одного блюда?

5. В математический кружок ходят 8 пятиклассников и 12 шестиклассников. Сколькими способами преподаватель может выбрать двух участников: а) двух олимпиад для 5-6 классов, проходящих в разные дни; б) двух олимпиад для 5-6 классов, проходящих одновременно; в) двух олимпиад: одна – для 5 класса; вторая – для 6 класса; г) двух олимпиад: одна – для 5 класса; вторая – для 5-6 классов, проходящих одновременно?

6. Президент некоторой страны объявил конкурс на создание нового флага. Каждому участнику конкурса выдается одинаковый набор из кусков материи пяти цветов: белый, синий, красный, зелёный и чёрный. По условию конкурса флаг должен состоять из трёх прямоугольных цветных полос одинакового размера, причем две соседние полосы должны иметь разный цвет. Какое наибольшее количество различных флагов могут сшить участники конкурса?

7. Алфавит некого языка состоит из трёх букв α , β , γ . Словом является любая последовательность, содержащая не более пяти букв. а) Сколько слов в этом языке? б) Сколько слов в этом языке не содержат удвоенных букв (т.е. двух одинаковых букв подряд)?

8. Язык иврит имеет 5 гласных звуков, но пишутся только согласные буквы (гласные пропускаются). Любое слово содержит хотя бы один гласный звук. Ударение может падать на любой слог, на письме оно не указывается. Сколькими способами можно прочесть слово, записанное на иврите четырьмя буквами, если гласные звуки можно вставлять только между согласными?

Часть 2.

9. Повреждённый робот R2 помнит только пять цифр: 1, 2, 3, 4, 5. Сколько пятизначных чисел он может написать: а) в которых чётные и нечетные цифры чередуются; б) которые одинаково читаются слева направо и справа налево (палиндромы)?

10. Кубик бросают трижды и записывают выпавшие очки (например, 316). Среди этих записей есть такие, в которых шестёрка: а) не встречается ни разу; б) встречается ровно один раз; в) встречается хотя бы один раз. Сколько существует таких записей?

11. Сколько существует четырёхзначных натуральных чисел, запись которых состоит: а) из нечётных цифр; б) из чётных цифр; в) из различных чётных цифр; г) из одной чётной и трёх нечётных цифр; д) из двух чётных и двух нечётных цифр?

12. Сколькими способами можно поставить на шахматной доске белую и чёрную ладьи так, чтобы они не били друг друга? Тот же вопрос для белого и чёрного короля.

13. Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 4 карты разных мастей и достоинств? Порядок выбора карт имеет значение.

14. Страна расположена на двух островах. На одном 7 городов, а на другом – 11. Любые два города, расположенные на одном острове, соединены железной дорогой, а любые два города с разных островов соединены паромом. Сколько железнодорожных линий и сколько паромов в этой стране?

15. Сколько в выпуклом n -угольнике имеется: а) отрезков, соединяющих его вершины (т.е. диагоналей и сторон); б) диагоналей; в) диагоналей, отсекающих треугольник?

16. Сколько у числа 96 существует: а) натуральных делителей, не кратных трём; б) всех натуральных делителей; в) всех целых делителей?

17. Сколько натуральных делителей у числа $8! = 40320$? Выведите общую формулу количества натуральных делителей числа, если известно его разложение на простые множители.

4. Сочетания

Упражнение. При розыгрыше лотереи из ящика с пятью шарами с буквами А, Б, В, Г, Д, наугад одновременно достают два шара. Выигрывает тот, кто в лотерейном билете верно укажет обе выпавшие буквы.

а) Сколько билетов надо заполнить, чтобы гарантированно получить выигрыш? Перечислите все варианты.

б) Организаторы поменяли правила. Теперь два шара достаются поочередно: сначала — один, затем — другой. Для победы надо указать буквы в порядке их появления. Во сколько раз увеличится количество билетов, гарантирующих выигрыш? Проверьте перечислением.

в) В каком из пунктов, а или б, ответ можно найти по формуле размещений?

г) Сколько билетов надо заполнить по старым и по новым правилам при вытаскивании трёх шаров?

д) Сколько билетов надо заполнить по старым и по новым правилам при вытаскивании трёх шаров?

Сериал по комбинаторике

- Серия 1. Правила суммы и произведения. <https://youtu.be/cAqb-js8Xhk>
- Серия 2. Правила суммы и произведения. <https://youtu.be/yRa3FeXf7PI>
- Серия 3. Перестановки. <https://youtu.be/zqbo18zTBgc>
- Серия 4. Перестановки. <https://youtu.be/cytKaDtUk5M>
- Серия 5. Перестановки. <https://youtu.be/9zylSWfiSYY>
- Серия 6. Размещения. <https://youtu.be/Uq8UJV-af3E>
- Серия 7. Размещения. <https://youtu.be/X1X5IfC7ihc>
- Серия 8. Сочетания. <https://youtu.be/QYi83QSs5KY>
- Серия 9. Сочетания. <https://youtu.be/M2CPY9IB0Nk>
- Серия 10. Сочетания. <https://youtu.be/F5pdUv9EKtl>
- Серия 11. Бином Ньютона. <https://youtu.be/v6akE6-h3Dw>

Спасибо за внимание!

40-32:2

Очевидное-невероятное!
Трудно поверить, но
ответ в этой задаче
получается 4!