

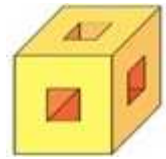
ШКОЛЬНАЯ КОМАНДНАЯ ОЛИМПИАДА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ АБАКА»

Томск, 27 апреля 2019 г.

ГЕОМЕТРИЯ

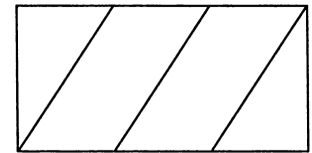
1. В кубе с ребром 3 см проделали три сквозных квадратных отверстия со стороной 1 см. Найдите объём оставшейся части.

Ответ: 20.



2. Сколько четырёхугольников изображено на рисунке?

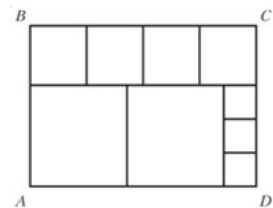
Ответ: 8.



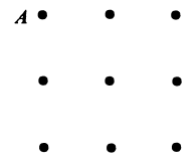
3. Прямоугольник $ABCD$ разрезали на квадраты так, как показано на рисунке. Сторона наименьшего квадрата 6 см. Найдите периметр прямоугольника $ABCD$.

Указание: сторона наибольшего квадрата в 3 раза больше стороны наименьшего квадрата (т.е. 18 см), а сторона среднего квадрата в 4 раза меньше суммы двух сторон наибольшего и одной стороны наименьшего квадратов (т.е. 10,5 см).

Ответ: 141.



4. Девять точек расположены так, как показано на рисунке. Сколько можно построить треугольников, одной из вершин которых является точка A , а двумя другими – две из остальных точек?

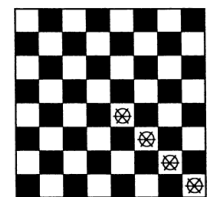
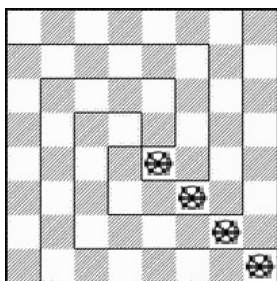


Указание: вторую вершину треугольника можно выбрать 8 способами, а третью – 7 способами; при этом, перестановка порядка вершин не меняет геометрическую фигуру, поэтому перемножаем 7 на 8 и делим пополам; осталось вычесть количество вариантов, при которых три выбранные вершины лежат на одной прямой.

Ответ: 25.

5. Покажите, как разрезать шахматную доску на четыре одинаковые части так, чтобы в каждой части находилось по одному кристаллу.

Ответ:



**ШКОЛЬНАЯ КОМАНДНАЯ ОЛИМПИАДА
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ АБАКА»**

Томск, 27 апреля 2019 г.

ЧИСЛА

1. На доске выписаны все четные числа от 2 до 2018. Какая цифра была выписана наибольшее число раз?

Указание: записи всех четных чисел от 1000 до 1998 содержат цифру 1.

Ответ: 1.

2. Остаток от деления 100 на некоторое число равен 4, а при делении 90 на это же число в остатке получается 18. На какое число делили?

Указание: остаток всегда меньше делителя, значит, делили на число, не меньшее 19.

Ответ: 24.

3. Чему равна самая большая сумма цифр суммы цифр трёхзначного числа?

Указание: среди трехзначных чисел самая большая сумма цифр у числа 999, а среди натуральных чисел, не больших 27, самая большая сумма цифр у числа 19.

Ответ: 10.

4. Число 111...111 (2019 единиц) разделили на 3. Сколько нулей получилось в записи частного?

Указание: $111:3 = 37$; $111111:3 = 37037$; $111111111:3 = 37037037$; ...

Ответ: 672.

5. Произведение 2019 натуральных чисел равно 105, а их сумма равна 2039. Чему равно самое большое из этих чисел?

Указание: $105 = 105 \cdot 1 \cdot 1 \dots 1$, $105 = 35 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \dots 1$, $105 = 21 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \dots 1$, $105 = 15 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \dots 1$ и т.д.

Ответ: 15.

ШКОЛЬНАЯ КОМАНДНАЯ ОЛИМПИАДА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ АБАКА»

Томск, 27 апреля 2019 г.

СКОЛЬКО?

1. Мама купила бутылку гранатового сока весом в 1 кг. Когда дома её сын выпил четверть сока из бутылки, она стала весить 840 г. Сколько весит пустая бутылка из-под сока?

Указание: четверть сока весит $1000 - 840 = 160$ г.

Ответ: 360.

2. Для похода на экскурсию 60 школьников построились по парам. При этом, каждый мальчик стоит в паре с девочкой, и ровно половина девочек стоит в паре с мальчиком. Сколько мальчиков пошло на экскурсию?

Указание: количество пар вида «мальчик-девочка» равно количеству мальчиков и в два раза меньше количества девочек, значит, девочек больше, чем мальчиков, в два раза.

Ответ: 20.

3. На классный час учитель принес 208 конфет и раздал их так, что каждой девочке досталось по 7 конфет, а каждому мальчику – по 6. Но так как мальчики обиделись на такую несправедливость, то на следующий урок учитель принес ещё конфет и добавил их к розданным так, что в итоге каждый ученик получил по 8 конфет. Сколько конфет донес учитель во второй раз, если известно, что в классе равное число девочек и мальчиков?

Указание: если разбить всех учеников на пары «мальчик-девочка», то каждой паре досталось вначале по $6 + 7 = 13$ конфет, значит, пар $208:13 = 16$, а всего в классе 32 ученика.

Ответ: 48.

4. На вопрос «Сколько Вам лет?» учитель математики ответил: «С момента моего рождения прошло 45 лет 45 месяцев 45 недель 45 дней». Сколько полных лет учителю?

Указание: 45 месяцев = 3 года 9 месяцев.

Ответ: 49.

5. Кузнечик прыгает по клеткам таблицы 2×5 . Он начал и закончил на закрашенной клетке, каждый раз он прыгал только на соседние по стороне клетки. На рисунке отмечено, сколько раз он побывал на каждой клетке, кроме начальной. Сколько раз он побывал на первой клетке? (Считая первый и последний моменты)

?	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Указание: если раскрасить таблицу в шахматном порядке, то каждый прыжок кузнечика меняет цвет клетки, на которой он находится; так как начальная и конечная клетки черные, то сумма чисел на черных клетках на один больше суммы цифр на белых клетках.

?	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Ответ: 7.

ШКОЛЬНАЯ КОМАНДНАЯ ОЛИМПИАДА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ АБАКА»

Томск, 27 апреля 2019 г.

ЛОГИКА

1. Трое ребят увидели на дереве птичку. Саша думает, что эта птичка – рыжий вьюрок, Паша считает её жёлтым щеглом, а Маша – жёлтым чижом. Подошедший учитель объяснил ребятам, что каждый из них верно угадал либо название, либо цвет птички. Назовите птичку и её цвет.

Указание: если бы птичка была рыжей, то либо Паша, либо Маша не угадали бы одновременно и название птички и ее цвет.

Ответ: жёлтый вьюрок.

2. Известно, что все белки любят орехи. Укажите, какие утверждения верны: 1) Если Белла любит орехи, то она – белка; 2) Если Белла не любит орехи, то она – не белка; 3) Если Белла – белка, то она любит орехи; 4) Если Белла – не белка, то она не любит орехи.

Указание: среди других животных (не белок) могут встретиться как любители орехов, так и не любители.

Ответ: 2 и 3.

3. Учительница решила выяснить возраст Пеппи Длинныйчулок. Томми говорит, что Пеппи меньше 10 лет, а Анника – что меньше 9 лет. Сколько лет Пеппи, если ровно один из них ошибся?

Указание: если Анника права, то Томми тоже прав, значит, Анника ошиблась, а Томми прав.

Ответ: 9.

4. В одной коробке лежат два белых шара, в другой – два чёрных, а в третьей – один белый и один чёрный. На каждой коробке висит табличка, указывающая её состав: ББ, ЧЧ, БЧ. Но какой-то шутник перевесил таблички так, что теперь каждая из них указывает состав коробки неправильно. Какое наименьшее число извлечений шаров (и из каких коробок) потребуется, чтобы определить состав всех коробок? (После извлечения шар возвращается обратно.)

Указание: в коробке с надписью БЧ либо два белых шара, либо два черных, значит, вынув оттуда 1 шар, мы узнаем состав этой коробки (например, это коробка с двумя белыми шарами, случай двух черных шаров аналогичен); тогда в коробке с надписью ЧЧ не может быть два черных шара и не может быть два белых (так как коробка с двумя белыми шарами уже найдена).

Ответ: 1 шар из БЧ.

5. Пятеро хулиганов рассказывают учителю о причинах своих опозданий в школу. В некоторый момент один из них сказал: «До меня соврали один раз». Сразу же после этого другой сказал: «А теперь – два раза». Затем третий сказал: «А теперь – три раза», четвертый: «А теперь – 4 раза», и последний «А теперь – 5 раз». Тут учитель прервал разговор. Оказалось, что по крайней мере один хулиган правильно подсчитал, сколько раз соврали до него. Кто из них посчитал правильно, и сколько же всего раз соврали хулиганы?

Ответ: первый подсчитал правильно, соврали 5 раз.

ШКОЛЬНАЯ КОМАНДНАЯ ОЛИМПИАДА «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ АБАКА»

Томск, 27 апреля 2019 г.

АЛФАВИТ

1. В примере на сложение $A + A + BB = BBB$ различные буквы заменяют различные цифры. Какую цифру заменяет буква А?

Указание: при суммировании двух однозначных и одного двузначного числа получается либо двузначное число, либо трехзначное число с первой цифрой 1, т.е. $B = 1$.

Ответ: 6.

2. Первоклассник заметил, что число 740 обладает следующим интересным свойством: «Все его цифры различны и идут в порядке убывания, но в его названии «семьсот сорок» все слова начинаются с одной и той же буквы». Перечислите все трёхзначные числа, обладающие таким же свойством.

Ответ: 210, 740, 910, 920.

3. Девочка заменила каждую букву в своем имени её номером в русском алфавите и получила число 2011533. Как её зовут?

Ответ: Таня.

4. Алфавит племени Тумба-Юмба состоит из трех букв А, Б и В. Словом является любая последовательность, состоящая не более, чем из 4 букв. Сколько слов в языке племени Тумба-Юмба?

Указание: имеется 3 однобуквенных слова, $3 \cdot 3 = 9$ двухбуквенных слов (так как и первая и вторая буква могут принимать три различных значения), $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ трехбуквенных, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ четырехбуквенное.

Ответ: 120.

5. В примере на сложение $КНИГА + КНИГА + КНИГА = НАУКА$ различные буквы заменяют различные цифры. Запишите этот пример.

Указание: так как число $A + A + A$ оканчивается на цифру А, то $A = 0$ или $A = 5$; если бы $A = 0$, то число $H + H + H$ вместе с 1 или 2, перенесенной из младшего разряда, оканчивалось бы на 0, т.е. либо $H + H + H + 1 = 10$ и $H = 3$, либо $H + H + H + 2 = 20$ и $H = 6$, но в этих случаях H делится на три, хотя с другой стороны $H = K + K + K + 1$ или $H = K + K + K + 2$; итак, $A = 5$, тогда $H + H + H$ вместе с 1 или 2, перенесенной из младшего разряда, оканчивается на 5, а значит, $H = 8$ (так как в старшем разряде суммы не может стоять 1).

Ответ: $28375 + 28375 + 28375 = 85125$.