

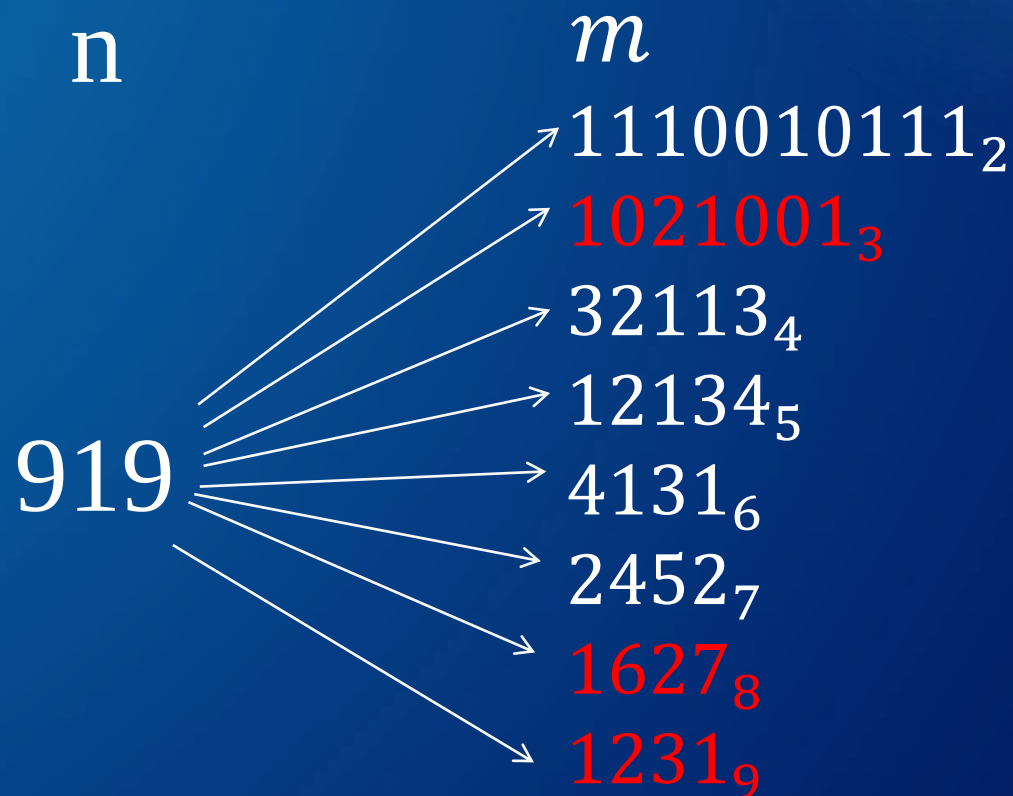
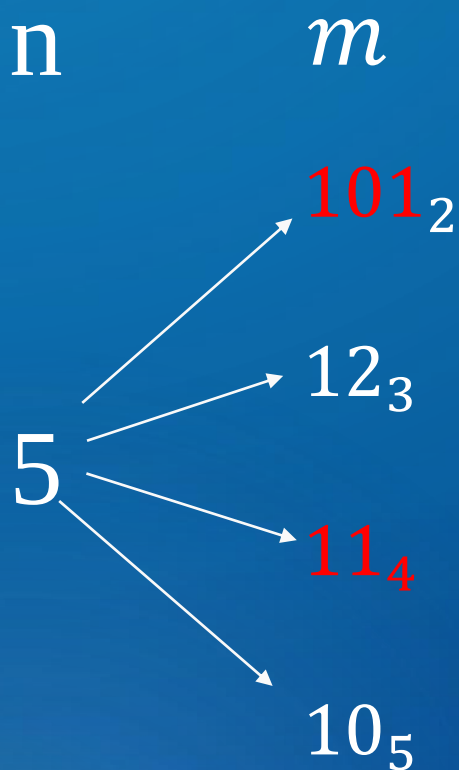
«Простые числа. Предки и потомки»

Большая Математическая
Мастерская

Предки и потомки

Возьмем произвольное натуральное число n и выполним последовательно следующие два преобразования:

1. Выберем произвольную СС по основанию b ($2 \leq b \leq 9$) и пусть m запись числа n в этой СС по основанию b .
2. Так как запись m имеет только десятичные цифры от 0 до 9, то можно интерпретировать запись m как некоторое новое число в десятичной системе, которую будем также обозначать m .



- Число n является *предком* числа m , используя основание b .
- Число m является *потомком* числа n , используя основание b .

Цель работы: провести исследование, дающее ответы на следующие вопросы:

- Для каких оснований b имеются пары (простой предок, простой потомок)?
- Для каких оснований это происходит чаще?
- Какие простые числа имеют простых потомков?
- Какие простые числа имеют несколько простых потомков (для различных b)?
- Какие имеются цепочки из простых чисел: (предок p , потомок m_1), (предок m_1 , потомок m_2), (предок m_2 , потомок m_3), ..., (предок m_k , потомок m_{k+1})?

План работы на неделю БММ:

- 15.07. – Открытие БММ. Вводное 1-ое занятие. Знакомство с Wolfram Mathematica. Работа над 1 вопросом.
- 16.07. – Работа над 1, 2 и 3 вопросами.
- 17.07. – Работа над 4 вопросам.
- 18.07. – Работа над 5 вопросом.
- 19.07. – Работа над 5 вопросом. Подведение итогов работы. Оформление презентации для доклада
- 20.07. – Заккрытие БММ. Выступление с докладом.

1. Для каких оснований b имеются пары (простой предок, простой потомок)

- В качестве оснований рассматривали b ($2 \leq b \leq 9$)
- Исследовали первые 100 простых чисел.

$sb = \text{Map} \left[\left\{ \#, \text{FromDigits}[\text{IntegerDigits}[\#, b]] \right\}, \text{PrimeQ} \left[\text{FromDigits}[\text{IntegerDigits}[\#, b]] \right] \right] \&, \text{Prime}[\text{Range}[100]] \right];$

- получаем список списков, состоящих из 3 элементов вида:

$\{\{2, 2, \text{True}\}, \{3, 3, \text{True}\}, \{5, 10, \text{False}\}, \{7, 12, \text{False}\}, \{11, 21, \text{False}\}, \dots\}$

b	m	b	m
2	21	6	20
3	25	7	23
4	60	8	35
5	17	9	17

Вывод: Основания b ($2 \leq b \leq 9$) имеют пары (простой предок, простой потомок)

1. Для каких оснований b имеются пары (простой предок, простой потомок)

- Рассматривая пары (простой предок, простой потомок), можно сделать также заключение относительно рассматриваемых оснований.

- Замечание:

Если $\forall n < b$, то m_b — простым.

Если $\forall n > b$, то m_b — требует проверки.

Если $\forall n = b$, то m_b — составным.

- Пример:

$$n = 5$$

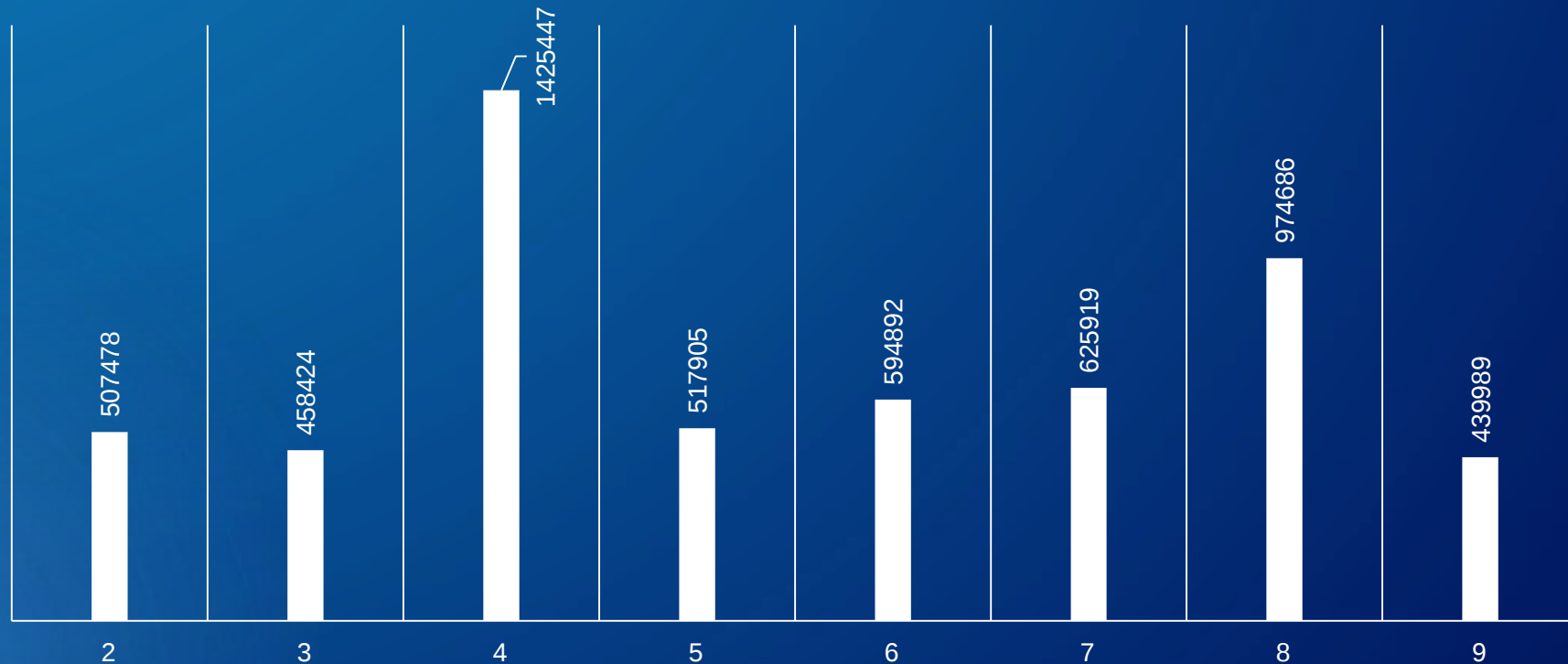
$b = 2 \ m = 101$; $b = 3 \ m = 12$; $b = 4 \ m = 11$; —требуют проверки

$b = 5 \ m = 10$; —составное

$b = 6, 7, 8, 9 \ m = 5$; —простое

2. Для каких оснований это происходит чаще?

N \ m	1м	2м	3м	4м	5м	6м	7м	8м
100	4	8	3	7	2	6	5/9	5/9
1 000	4	8	6	7/2	7/2	3	5	9
10 000	4	8	7	6	2	5	3	9
100 000	4	8	7	6	5	2	3	9
1 000 000	4	8	7	6	5	2	3	9
10 000 000	4	8	7	6	5	2	3	9



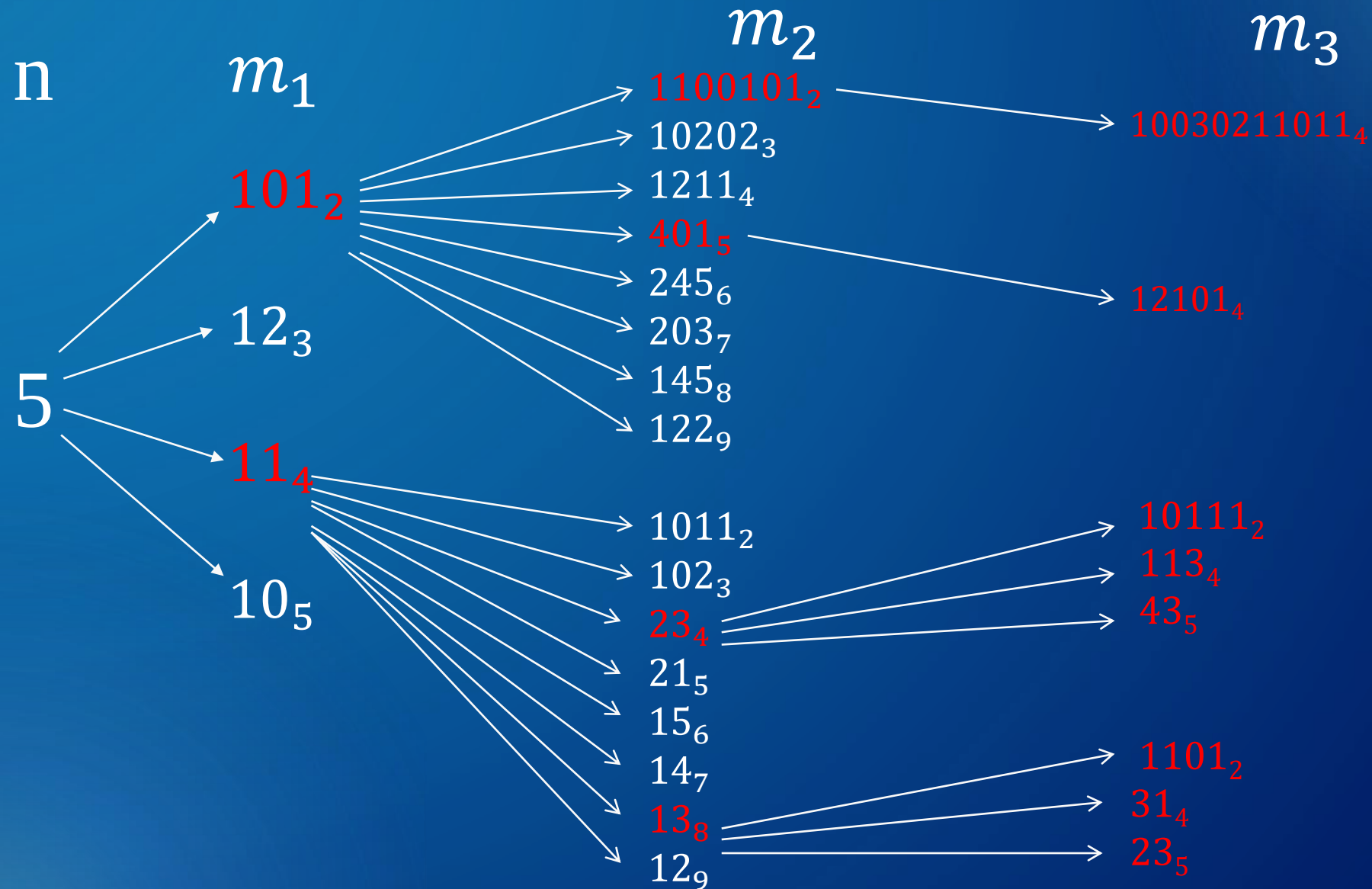
3. Какие простые числа имеют простых потомков?

4. Какие простые числа имеют несколько простых потомков (для различных b)?

Range[n]	Количество простых чисел	Количество простых чисел, имеющих потомков	Не имеют простого потомка	Имеют 1 простого потомка	Имеют несколько простых потомков
100	25	25	0	4 (2, 41, 53, 73)	21
1 000	168	149	19	46	103
10 000	1 229	938	291	445	493
100 000	9 592	6 273	3 319	3 694	2 579
1 000 000	78 498	44 893	33 605	29 625	15 268
10 000 000	664 579	334 507	330 072	239 208	95 299

Вывод: Первые 55 простых чисел имеют хотя бы 1 потомка для оснований b ($2 \leq b \leq 9$). Начиная с 56 простого числа есть числа, которые не имеют простого потомка. С увеличением количества простых чисел, увеличивается количество чисел не имеющих простого потомка, но не превосходит количество чисел, имеющих простых потомков.

Какие имеются цепочки из простых чисел: (предок n , потомок m_1), (предок m_1 , потомок m_2), (предок m_2 , потомок m_3), ..., (предок m_k , потомок m_{k+1})?



Предки и потомки



Исследование цепочек проводились и для потомков 3 и 4 поколений.

Но так как с каждым шагом количество проверок увеличивалось, а составить менее затратный алгоритм и выявить зависимость движения по основаниям на данный момент не получилось.

То можно заключить следующее, с увеличением шага количество простых потомков по основаниям становится меньше.

Также определили, что существуют «бесконечные» цепочки. Это те цепочки, у которых простые предки меньше основания, в которое оно переводится.

Итог работы над проектом

- В ходе работы над проектом исследовали простые числа при переводе их в другие СС.
- Познакомились с работой в Wolfram Mathematica.
- Определили, что для рассматриваемых оснований существуют простые потомки.
- Но есть простые числа, которые не имеют простого потомка ни для какого основания b . Эти числа в дальнейшем можно изучить более детально, а, возможно, и определить какую-то зависимость в их расположении.
- Простые числа могут также иметь не только одного потомка, но и несколько.
- Можно продолжить дальнейшее изучение, увеличивая количество простых чисел, и определить превзойдет ли количество простых чисел, имеющих потомков, над количеством простых чисел, не имеющих потомков.
- Исследование цепочек так и осталось открытым вопросом, в котором среди чисел присутствует зависимость появления простых чисел, а также определение максимально возможной длины такой цепочки или может быть она является бесконечной.

Спасибо за внимание!

Над проектом работали:

Куратор – Бер К.А. ассистент каф. ВМиКМ

Участники:

1. Малахова Татьяна
2. Степанов Климентий
3. Гензе Дмитрий
4. Моисеенко Максим